Le son en Image

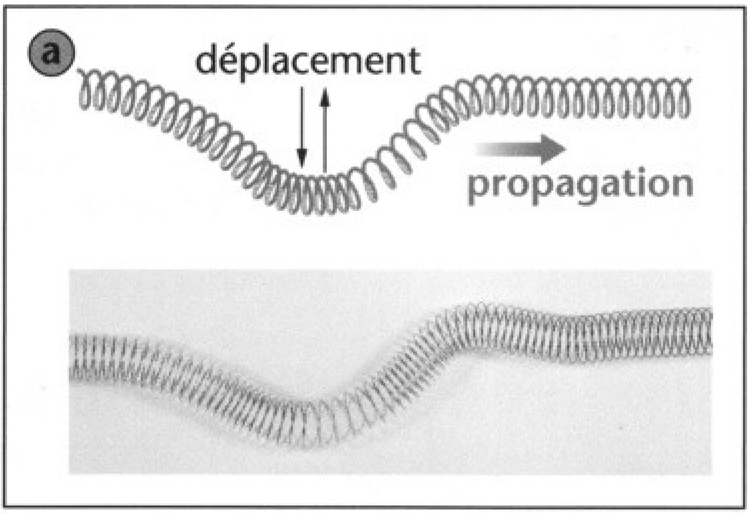
Qui n'a jamais au cours de sa jeunesse observé les ondulations provoquées par le jet d'une pierre dans l'eau? L'objet jeté provoque une perturbation faisant osciller la matière génératrice de vagues, qu'on appellera onde par la suite. Si on étudie de plus près le phénomène on voit que la vague oscille en ayant un maximum puis une phase plate et ainsi de suite, perturbant ainsi le milieu, les surfeurs l'ont bien compris en attendant au «Peak» point d'amplitude maximale de la vague (notons que en anglais le mot vague n'est pas différencié du mot onde: wave). Au cours de ce projet nous verrons en premier lieu comment se caractérise une onde en rappelant son fonctionnement puis nous tenterons de les décrire en image par le biais d'expériences et d'analyse. Comment se caractérise une onde ? De quoi dépend t-elle ? Est-il possible d'observer visuellement une onde ?

I Rappel ondulatoire

En effet, un petit rappel s'impose. L'objectif étant de comprendre dans une certaine mesure ce qu'une perturbation sonore peut provoquer et comment cela se produit, nous devons reprendre quelques bases sur la caractérisation de l'onde sonore et donc dans un premier temps définir l'onde en général.

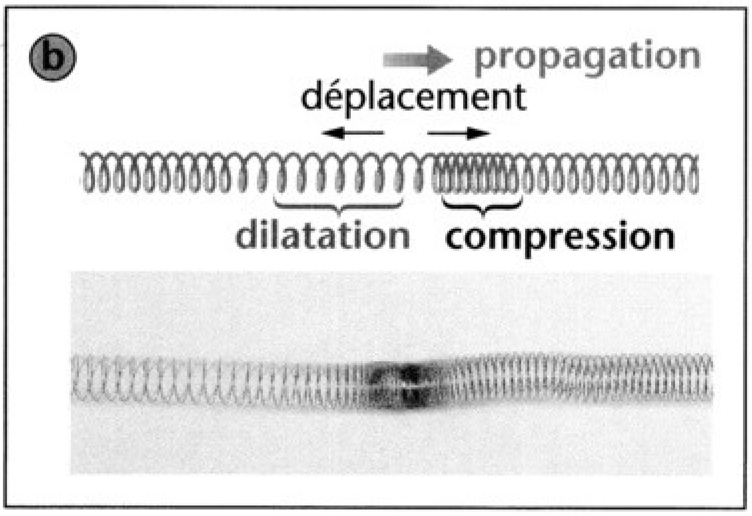
En se remémorant les cours du lycée, on se souvient alors qu'une onde, c'est une perturbation qui se propage dans un milieu donné, produisant sur son passage une variation réversible de propriétés physiques locales. Elle transporte de l'énergie sans pour autant transporter de la matière, c'est pourquoi on emploi le terme réversible puisque la matière se déplace avec la propagation mais une fois la perturbation éteinte, la matière se retrouve dans son état initial.

Dans le monde de l'électromagnétisme, on trouve l'onde lumineuse ou l'onde radio entre autres, qui incarnent ici la représentation de l'onde transversale :



Dans ce cas, le déplacement des points du milieu atteints par la propagation est perpendiculaire à la direction de la propagation.

Notre objet d'étude à nous s'axe sur un autre domaine, celui de la mécanique, l'onde sonore étant par définition une vibration mécanique progressive, que l'on qualifie à contrario d'onde longitudinale (l'onde mécanique pouvant être aussi transversale comme par exemple pour la corde vibrante)

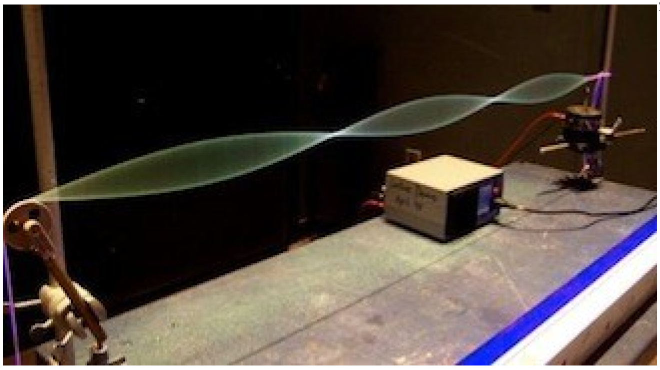


Dans ce cas, la perturbation se déplace par action de dilatation et compression du milieu, de telle sorte que son déplacement est parallèle à la direction de la propagation.

Par exemple lorsqu'on parle à quelqu'un, on génère un ébranlement de nos cordes vocales qui comprime alors les molécules d'air devant notre bouche puis par action de compression/dilatation, ou autrement dit par variation de pression en chaque point de l'espace, le son se propage de manière longitudinale jusqu'à faire vibrer le tympan de notre interlocuteur qui reçoit notre information. Ce n'est donc pas plus compliqué que ça la communication !!

On peut faire l'analogie avec le milieu liquide ou le milieu solide où seulement les conditions de transport peuvent être différentes.

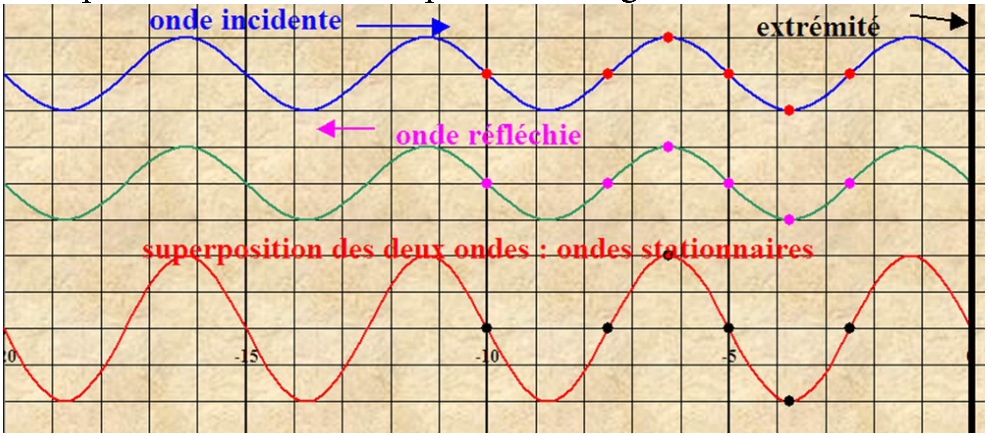
Par ailleurs, l’onde mécanique progressive se propage de la source dans toutes les directions qui lui sont offertes. C’est pourquoi lorsque l’onde peut seulement se propager dans une dimension, on parle d’onde à une dimension, par exemple la corde vibrante :



ou lorsque l’onde se propage en surface on dit que l’onde est à deux dimensions :

On peut naturellement étendre cette étude à trois dimensions mais à notre stade, nous cherchons particulièrement à mettre en avant l’étude de l’onde à deux dimensions.

Parmi ces ondes longitudinales il nous faut distinguer l’onde incidente, la première générée par le perturbateur orientée vers un point de « rebond », l’onde réfléchie qui correspond alors à l’onde incidente une fois « réfléchie », puis l’onde stationnaire étant alors la superposition des deux ondes. On introduit alors ce phénomène de résonnance et la notion de fréquence de résonnance lorsque l’on traite les ondes stationnaires ! Il en découle que Lorsque ces deux dernières se rencontrent les vibrations produites s'additionnent ou se compensent de manières partielles ou totales, ce qui provoque à des emplacements définis et fixes soit leur neutralisation mutuelle: ce que l’on appelle les **nœuds**, là où les vibrations disparaissent, soit leur addition plus communément appelée les **ventres**: là où l’on trouve les vibrations amplifiées et maximales. C’est ce type d’onde que nous étudions plus précisément par la suite. Le petit schéma suivant reprend en image ces informations :



Parlons maintenant des paramètres de l'onde. Un peu d'effet joule cérébral tout de même ! Quand on observe de manière plus approfondie un phénomène ondulatoire, on se rend compte qu'il se passe une répétition de la perturbation dépendant du temps et de l'espace lors de sa propagation. On nomme alors la longueur d'onde λ comme étant la plus courte distance séparant deux points de l'onde strictement identiques à un instant donné, la période T exprimée en seconde qui détermine la durée que met l'onde pour parcourir λ et f la fréquence s'exprimant en hertz ou en s-1 correspondant au nombre de répétitions de la perturbation par seconde.

On relie alors ces grandeurs grâce à la célérité c d'onde ayant par conséquent le m/s pour unité par les relations suivantes :

$$\mathbf{C = \lambda f} \text{ ou encore } \mathbf{C = \lambda / T}$$

On appelle alors f_0 la fréquence fondamentale, la plus basse des fréquences pour apercevoir la « première » vibration nette correspondant à un motif de propagation de la perturbation.

NB : La célérité du son dans l'air à 20°C est de 343m/s
Nous tacherons de le vérifier lors de notre soutenance grâce à Martin et son groupe sur les sonars.

Nous avons donc rappelé les quelques notions et définitions d'une onde de manière relativement simple, nous allons maintenant les appliquer à quelques expériences les illustrant tout en explorant le contenu mathématique qui s'avère être très intéressant pour la compréhension et la poursuite de notre étude.

II L'onde à une dimension

1) Des maths !

Nous pouvons donc à présent, en regardant encore de plus près, définir une équation d'onde décrivant son attitude générale lors de sa propagation pour en déduire des relations que nous intégrerons à nos expérimentations afin d'être en mesure de mieux les comprendre et de les expliquer.
Alors comment s'y prendre ? Mais c'est vrai finalement, si on remarque que l'onde se propage, même se répète, on doit bien pouvoir la modéliser avec des fonctions, des variables et des trucs pénibles et compliqués !
En effet, rappelons que l'onde est une fonction du temps t, et de l'espace x. En fait Mr D'Alembert a passé encore plus d'heures que nous sur notre rapport (impossible mais bon on respecte son travail alors on ne le descend pas non plus) pour découvrir alors l'équation de d'Ourswillm, aussi appelée équation de d'Alembert en fonction d'un scalaire telle que si l'on se place dans un milieu homogène, linéaire et isotrope:

$$\Delta U = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$

U étant une fonction (qu'on peut qualifier de fonction d'onde), Δ l'opérateur laplacien de la dérivée seconde, c la célérité de l'onde, et t le temps.

Lorsqu'on étudie sur une dimension x en fonction de t, elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\overset{dt^2}{d^2y\,\overset{¿}{\underset{¿}{-}}} \mathbf{= c^2(}\overset{dx^2}{d^2y\,\overset{¿}{\underset{¿}{-}}}\mathbf{)}$$

Or une solution générale de cette équation est :

$$y(x,t) = f(x - ct) = f(t - \frac{x}{c})$$

On prend alors pour simple solution une fonction sinusoïdale, qui d'ailleurs est un modèle facilement vérifiable grâce à la corde vibrante, la suivante :

$$\mathbf{a(x,t) = a_0(sin}\,(\omega t - k x)\mathbf{)}$$

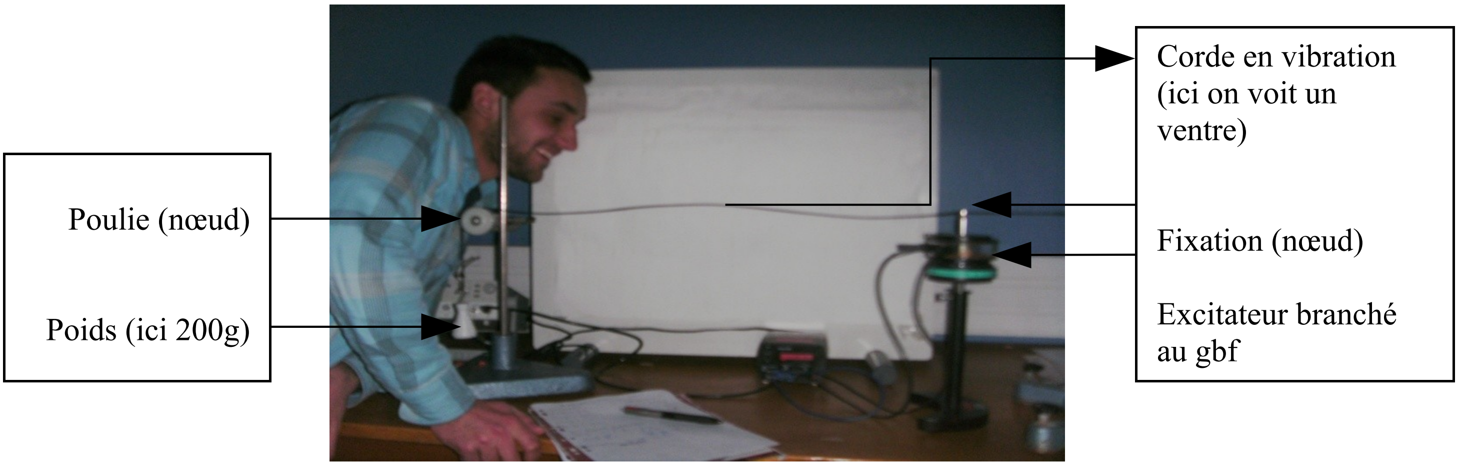
avec :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{ct} = \frac{2\pi}{c} f$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = k$$

2) La corde vibrante

Snapshot de la corde éclairée par le stroboscope réglé sous la même fréquence ondulatoire



Voici le montage de la corde vibrante. On remarque donc que la corde excitée modélise bien une forme sinusoïdale ! Et d'un coté la corde (étant relativement élastique) est maintenue et perturbée par un excitateur auquel est relié un gbf pouvant lui imposer une fréquence de vibration variable. A l'autre extrémité la corde est engrenée dans la poulie puis à la sortie nous tendons la corde avec un poids défini et aussi variable.

Pour résumer, nous pouvons faire varier la tension de la corde avec le poids, et la sa fréquence de vibration avec l'excitateur.

Nous disposons donc de 2 conditions limites pour résoudre notre équation de d'Ourswillm en nommant la longueur du fil L telle que :

$a(0,t) = a_0 \sin(\omega t)$ et **$a(L,t) = a_0(\sin(\omega t - kL))$**

Ceci est bien vrai pour tout t, donc pour t = 0 :

D'où **$\sin(kL) = 0$** => $kL = n\pi$ =¿ $\frac{2\pi L}{\lambda} = n\pi$

On peut donc affirmer que $L = n\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ ⇔ $\lambda = \left(\frac{2L}{n}\right)$

Rappelons alors que $\lambda = \frac{c}{f}$ donc par conséquent :

$$\mathbf{L = 2n(\frac{c}{f})}$$

On sait alors en d'autres termes que pour la longueur d'onde fondamentale **(λ_0) = 2L**, c'est-à-dire que pour n = 1 la fréquence fondamentale vaut donc :
$f_0 = \frac{c}{2L}$ d'où $f_n = n\frac{c}{2L}$ pour le cas de notre corde !
On en déduit que pour chaque rang n, qu'on nomme alors les harmoniques, chacun correspondant à un multiple de la fréquence fondamentale, on obtient une fréquence résonnance montrant un multiple de nœuds et de ventres proportionnels à ceux prédéfinis dans nos conditions initiales.

<u>Appliquons tout ça à notre expérience:</u>

Le but de la manipulation est d'observer et de déterminer les différents modes de vibrations de la corde selon les différentes fréquences imposées. On pourra grâce aux précédentes relations établies, déterminer la célérité de l'onde dans la corde selon différentes tensions de corde appliquées, déterminer f_0 et les fréquences d'harmoniques, et globalement mieux comprendre ces phénomènes vibratoires de résonnances.

On repère donc pour commencer la fréquence fondamentale en partant avec une fréquence égale à zéro puis en augmentant progressivement la fréquence on cherche à voir 2 nœuds et un ventre, puis 3 nœuds 2 ventres pour f_1, 4 nœuds et 3 ventres pour f_2 puis ainsi de suite pour chacun.
Voici un tableau récapitulatif de nos deux séries de mesures expérimentales pour deux différentes masses de tension où figure l'incertitude de lecture :

f avec masse$_1$ = 200g (P_1 = 1962N)	f pour masse$_2$ = 100g (P_2 = 981N)
14,9 ¿ f_0 ¿ 15,5	10,5 ¿ $f_{0'}$ ¿ 11,1
29,8 ¿ f_1 ¿ 30,5	21,3 ¿ $f_{1'}$ ¿ 22,1
45,5 ¿ f_2 ¿ 46,1	32,2 ¿ $f_{2'}$ ¿ 33,0
60,8 ¿ f_3 ¿ 61,7	43,4 ¿ $f_{3'}$ ¿ 44,1
75,2 ¿ f_4 ¿ 76,4	54,0 ¿ $f_{4'}$ ¿ 55,0

<u>Exploitation des résultats :</u>

- L= 68cm => $\lambda = 136\,cm$
- On détermine alors $c_1 = \lambda f_0$ et $c_2 = \lambda f_{0'}$
- avec $\Delta c = c\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \frac{\Delta f}{f}\right)$, tel que Δf = 0,6 Hz $\Delta\lambda$ = 2cm

AN : $c_1 = 20{,}7 \pm 1{,}1\ m/s$

$c_2 = 14,7 \pm 0,8\ m/s$

On remarque donc que plus la corde est tendue, plus l’onde se propage rapidement et que donc plus la corde est tendu plus la fréquence de résonnance est grande pour chaque harmonique. Nous voulions étendre l’étude avec les liens de fréquence, tension et masse linéique cependant notre corde étant réellement élastique nous n’avons pu prolonger. Néanmoins, nous gardons une partie expérimentale sur le tube vibrant pour l’oral qui nous permettra de faire l’analogie avec la corde !
En attendant le jour j, place à la suite de nos recherches concernant maintenant l’exploitation du comportement des ondes à deux dimensions..!

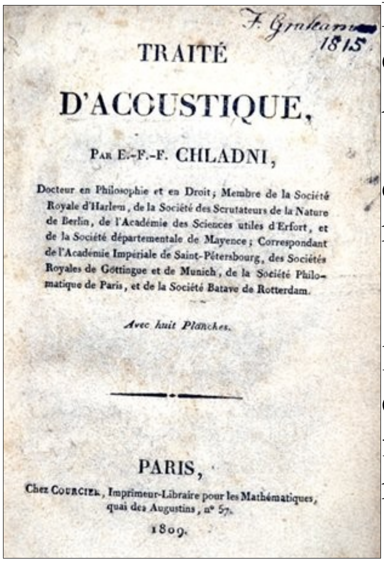
III/les figures de chladni

1) Une petite notion d'histoire

Ernst Chladni (1756 -1827)de son vrai nom Ernst Florens Friedrich Chladni était un physicien et musicien allemand.Certains le nomme « The Father of Acoustics » pour ses importants travaux, notamment le calcul de la vitesse de propagation des sons à travers les gaz et les recherches sur les plaques vibratoires que nous allons étudier ici.

Ernst Chladni

Pendant toute sa vie Ernst voyagea, il fit des démonstrations de ses œuvres dès que l'occasion se présentait. Au cours d'une démonstration il rencontrât Napoléon Bonaparte qui fît tellement impressionné par son travail qu'il finança la traduction de son œuvre majeure « Die Akustik ».



F. Graham 1815

TRAITÉ

D'ACOUSTIQUE,

PAR E.-F.-F. CHLADNI,

Docteur en Philosophie et en Droit; Membre de la Société Royale d'Harlem, de la Société des Scrutateurs de la Nature de Berlin, de l'Académie des Sciences utiles d'Erfort, et de la Société départementale de Mayence; Correspondant de l'Académie Impériale de Saint-Pétersbourg, des Sociétés Royales de Gottingue et de Munich, de la Société Philomatique de Paris, et de la Société Batave de Rotterdam.

Avec huit Planches.

PARIS,

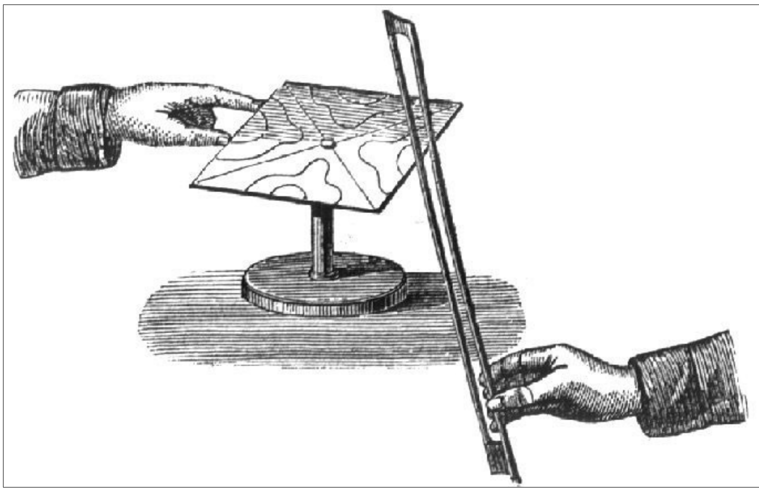
Chez COURCIER, Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins, n° 57.

1809.

Outre ses découvertes en acoustique, il fit l'un des précurseurs à émettre l'idée de la provenance des météorites et leurs explications.

Il inventa également au cours de sa vie l'euphone, un instrument de musique consistant en une caisse carré contenant 42 petits cylindres en verre qu'on frotte et dont la vibration se transmet par des tiges métalliques .

Ernst Chladni est surtout le fondateur de l'acoustique moderne, il étudiait expérimentalement les plaques en les saupoudrant de sables fins et en étudiant les



figures ainsi obtenues.

Expérience de Chladni : A l'aide d'un archet de violon il met en résonance la plaque de métal saupoudrée de sables fins .

Ernst Chladni donne naissance à l'acoustique en découvrant que toutes les cordes des instruments de musique ainsi que celle des instruments à vent résonnent à différentes fréquences, de là il vit que la fréquence pourrait finalement être une fascinantes séries d'images .

2)Principe de l'expérience

L'expérience qu'il se propose de faire est la suivante :

Comme on l'a vu précédemment les ondes absorbés par la corde oscillent d'un point maximum à un minimum.

En faisant vibrer une plaque (la difficulté est qu'ici nous passons en deux dimensions)à sa fréquence propre, c'est à dire à la fréquence où son énergie sera maximal, Ernst s'est dit que comme pour la corde vibrante nous devrions avoir des nœuds (amplitudes minimales) ainsi que des ventres (amplitudes maximales) suivant les différentes fréquences de résonance .

Pour voir ce phénomène qui n'est pas évident à intercepter à l'oeil nu, il entreprit de poser du sable fin sur le dessus de la plaque qui suivrait ces nœuds et ses ventres .

A l'époque la manipulation de Chladni se faisait avec un archet, de nos jours nos systèmes électromoteurs permettent un choix de fréquence précis.

Les lignes apparaissants sur la plaque sont étroitement liées au son que l'archet produit, nous avons ici du « *son en images* » .

Prérequis : Un générateur de basse fréquence ou un générateur de vibrations (comme un archet pour la méthode ancienne) + un oscillateur réagissant aux fréquences du GBF + une plaque posée dessus + du sable très fin .

Réglage de la fréquence

Figure de Chladni obtenue expérimentalement

Contrairement à une dimension, nous ne sommes pas capables de déterminer les fréquences de résonance théoriquement (Exercice à l'agrégation de mathématiques) car elles ne sont pas multiples d'une fréquence fondamentale a part pour des plaques aux symétries définies (comme ici nous avons choisi une plaque ronde ainsi qu'une carrée), on ne peut pas les qualifier d'harmoniques au sens mathématiques car les modes vibratoires sont plus complexes que ceux d'un fil.

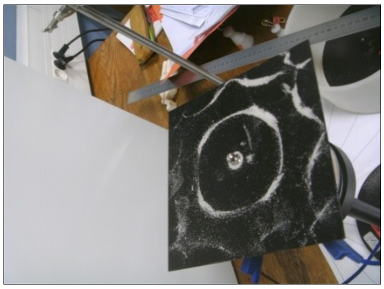
Le mode propre est le mode d'oscillation libre de plus basse fréquence .

Plus la fréquence sera élevée et plus la géométrie sera complexes car le nombre de nœuds et de ventres augmentera : nous avons ici deux exemples entre deux fréquences .

Fréquence croissante de gauche à droite pour plaque ronde

Pour avoir un déforme ment de la matière il nous faut une inhomogénéité de la matière .C'est à dire une plaque qui soit capable de se déformer si on lui applique une fréquence suffisante (plaque élastique).

Et si on change de plaque :

Fréquence croissante de gauche à droite pour plaque carrée

Les figures de Chladni sont donc des représentations des courbes, les lignes nodales, le long desquelles certains modes propres s'annulent.

On peut observer que les lignes nodales augmentent en fonction de la fréquence, par conséquent la longueur d'onde diminue, il y a une relation entre la distance entre deux lignes et la longueur d'onde.

Théoriquement distance ligne-ligne = longueur d'onde/2

Un dérivé de la technique de Chladni utilisée pour la publicité des moteurs bmw

« Les figures acoustiques sont donc des processus vibratoires rendus visibles. Ou des figures des sons comme seuls les silencieux sport BMW sont capables d'en produire. »

3)De la théorie ?

L'étude de la théorie des plaques est difficile du fait qu'elle contient plusieurs facteurs comme la symétrie du support, la masse volumique, sa hauteur, ses longueurs, ses propriétés élastiques, ses angles …
Il faut ajouter à ça les conditions limites de la plaque (où sont imposés les nœuds : centre, bord?)

Le sujet de l'étude des plaques vibrantes fut présenté pendant le concours de l'agrégation de mathématiques .. ! Mais essayons d'en comprendre au moins le principe :

Etudions en premier lieu la solution de l'équation des ondes à deux dimensions :

$d^2u / d^2x + d^2u/d^2y = 1/v^2 \times d^2u/d^2t$ avec v la vitesse de propagation

avec comme solution $U(x,y,t)=X(x)Y(y)T(t)$
Beaucoup d'outils mathématiques nous manquent pour la résolution de ce problème, nous n'avons pu en faire qu'une étude très basique à notre niveau .

Pour une plaque carrée :
$X(x)=A\sin(k_x x) + B\cos(k_x x)$
$Y(y)=C\sin(k_y y) + D\cos(k_y y)$
$T(t)=\exp(iwt)$

Conditions limites : ventres sur les bords
D'où A=B=0 : $k_x=m\pi/a$, $k_y=n\pi/a$ avec a le rayon .

La solution est $U(x,y,t) =D\cos(m\pi x/a)\cos(ny\pi/a)\exp(iwt)$
où $w=vk$ et $k^2=k_x^2 + k_y^2$

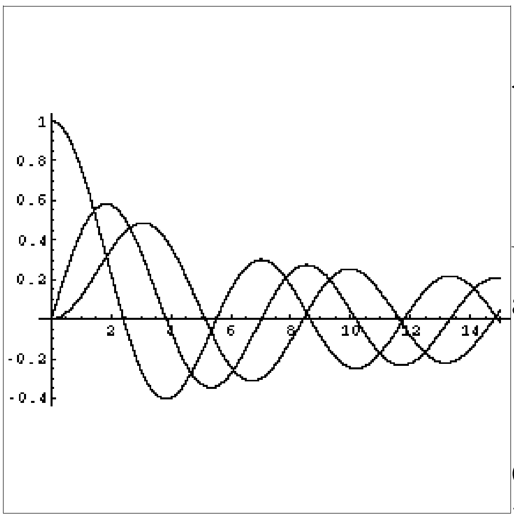
la fréquence résultante sera de **$w=v\pi/a *(m^2 + n^2)^{0.5}$**

On sait que
U(X) = modes propres et que U(X) = 0 sur les nœuds

Prenons le cas du support circulaire.
La solution de l'équation des ondes en coordonnées polaires est donné tel que :

$u(r,ø,t) =A*J_n(kr)\cos(nø)\sin(wt)$ où $J_n(x)$ est une fonction d'ordre n de la série de Bessel
k est le nombre d'ondes, w la fréquence.

Pour beaucoup de valeurs de r les fonctions de Bessel semblent sinusoidales :



< J0(x),J1(x)et J2(x)

Un zéro dans la fonction de Bessel devrait apparaître à la limite de la plaque .

On peut noter que pour les formes n*theta = $\pi/2$, $3\pi/2$ etc … on trouvera un mode diamétral à travers du centre de la plaque.

Pour les plaques circulaires, Chladni proposa en 1802 une loi pour obtenir approximativement la fréquence propre du mode

$$f=C(m+2n)^2$$

m et n correspondent aux nombres d'annulations de la fonction d'onde ici m correspond aux nombres de cercles nodaux et n aux diamètres nodaux .

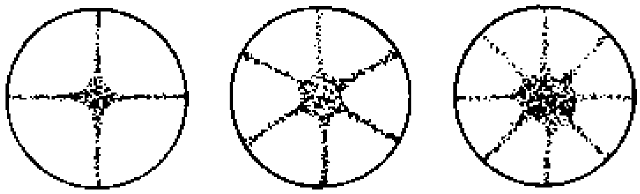


Figure 9-2. Chladni plates with nodal diameters of 2, 3, and 4 which give wavenumbers of 4, 6, and 8 respectively around the circumference. A nodal diameter of 1 does not occur when the edge of the plate is free to move.

Mode (1,0) ; (2;0) ; (3;0)

Les modes changent suivant les plaques, pour une plaque rectangle les modes sont suivant les axes x et y et pour un violon par exemple, ils changent suivant ses symétries .

Nous avons rencontré quelques problèmes durant les premières expérimentations qui nous ont fait réfléchir sur l'importance de la précision lors d'expériences scientifiques ainsi que sur les facteurs jouant sur cette expérience :

-Le responsable technique du laboratoire nous avait prêté une plaque qui était plus lourde d'un côté que de l'autre et qui n'avait pas la même épaisseur (homogénéité de la plaque) .
-Une paillasse légèrement incliné fausse également les résultats .
-Faute de sucre nous avons testé les sciures de bois qui ne s’avèrent pas fructueuses (inhomogénéité, fissure …).

Test de la qualité d'une guitare suivant modes de vibrations en fonction de ses fréquences de résonance . Les modes de vibrations sont encore plus complexes du de la forme de plaque.

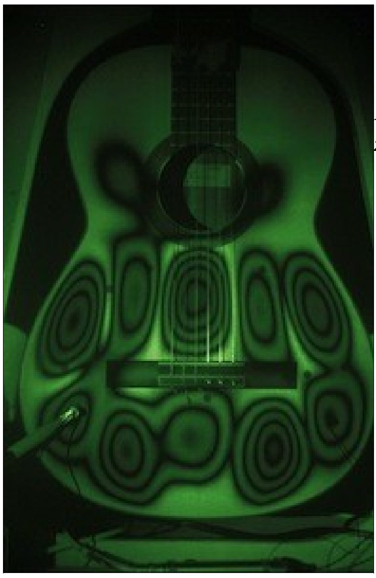
ses

fait la

Pour voir un peu plus loin :

A l'époque les observations que nous avons faite étaient utilisées lors de test d'instruments de musiques, en effet des figures peu propres indiquaient un défaut dans la plaque ou une non symétrie de l'instrument.

La recherche bénéficie aujourd'hui d'avancée qui font que la méthode de Chladni reste très intéressante aux point de vue de l'étude physique mais la visualisation obtenue par interférométrie holographique est un exemple d'analyse beaucoup plus fine réalisée au moyen de lumière laser.



Exemple d'interférométrie holographique où les zones brillantes représentent les zones nodales et les lignes noires les zones d'amplitudes.

Pour voir encore plus loin :

La géométrie est le fondement de l'univers dans tous ses aspects. Elle est présente aussi bien au cœur des atomes que dans la construction des molécules, des planètes et des galaxies.

A.Lauterwasser continua les recherches de Chladni avec des méthodes plus poussées qui visaient à analyser la création de formes géométriques sur un support sous toutes ses formes lorsqu'on lui appliquait une certaine fréquence, il fit l'analogie à la nature directement en comparant par exemples aux carapaces de tortues qu'il arriva à recréer avec une certaine fréquence .La plupart des cultures traditionnelles planétaires possèdent un récit mythologique de la création du monde, dont beaucoup font référence au son ou à la parole.

Il nous faut alors mettre un point final à ce projet qui nous intriguait modestement au préalable et qui nous a finalement complètement transporté ! Les ondes sont en effet quelque chose de fascinant puisqu'elles sont omniprésentes et nous entourent constamment nous permettant de voir, d'entendre, de communiquer, de vibrer, de ressentir, de s'émerveiller. Citons de manière exhaustive la lumière, l'image et le son, et donc la musique et les films, la chimie et la physique, les couleurs, la chaleur, la géologie, la théorie des cordes, la vie.. Tous ces termes sont étroitement liés aux ondes c'est donc pourquoi nous voulions en faire l'étude pour ce projet d'acoustique malgré le fait qu'elle reste terriblement incomplète et restrictive. Cependant, en allant jusqu'à l'étude des formes de Chaldni tout en disposant de bonnes bases sur le comportement ondulatoire, nous avons touché du doigt l'incroyable et l'époustouflant ! Qui nous pousse désormais à se demander où se trouve alors la limite du pouvoir des ondes. Qu'est ce que notre manque de connaissance à leur propos nous cache t-il et qu'allons découvrir lorsque nous aurons enfin découvert les mystères biochimiques et métaphysiques de l'onde !? Seul l'avenir nous le dira ! En attendant merci beaucoup à l'équipe enseignante de nous avoir permis de vivre cette expérience et au plaisir de recommencer !!

Biblio :

Wikipédia et les relations mathématiques dAlembert
http://www.e-scio.net/ondes/ondes.php3 pour quelques idées et inspirations
http://www.tpe.chladni2.sitew.com/#Presentation.E
http://www.cosmovisions.com/Chladni.htm
http://9waysmysteryschool.tripod.com/sacredsoundtools/id19.html
http://www.chercheursdesons.com/album/chladni/
http://www.phys.unsw.edu.au/jw/chladni.html
http://www.lthe.fr/PagePerso/pianezze/Enseignement/M1-MK/TP_Dynamique_RDM6.pdf

http://www.inrp.fr/she/instruments/instr_aco_chladni.htm
http://fr.wikipedia.org/wiki/Ernst_Chladni
http://www.spirit-science.fr/doc_musique/SonForme.html